Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación
CI–2511 Lógica Simbólica
Sep Dic 2011

Práctica 2

1. Represente cada uno de los argumentos en el Lenguaje de las Expresiones Booleanas. Determine si son válidas, satisfacibles, contigencias o no satisfacibles.

   a) Jorge es elegido si y sólo si la votación es numerosa. La votación es numerosa. O Jorge es elegido o Juan no será nombrado. Por lo tanto, Juan será nombrado

   b) Un líquido es un ácido si y sólo si colorea de azul el papel de tornasol rojo. Un líquido colorea de azul el papel de tornasol rojo si y sólo si contiene iones de hidrógeno libres. Por lo tanto, un líquido es un ácido si y sólo si contiene iones de hidrógeno libres.

   c) Es tan falso que la Tierra es cuadrada como que te portarás bien hoy. Sin embargo, ni te castigaré ni te obligaré a pedirme disculpas, a menos que sobrepases los límites de mi paciencia tanto en la tarde como en la noche.

   d) Sabiamos que el carro de Juan estaba en Baruta al comienzo de la clase de Lógica aunque no vimos a Juan. Sin embargo, Juan no llegó a clase ni presento la tarea. Como es una condición necesaria para aprobar Lógica que se entreguen todas las tareas, Juan raspará Lógica, a menos que ocurra un milagro y la regla del curso cambie.

2. En cada una de las siguientes argumentaciones seleccionar intuitivamnete la conclusión correcta. Luego, formalice y demuestre que las conclusiones seleccionadas pueden ser alcanzadas por las hipótesis dadas.

   - Mariela opinaba que el General Pereira era demasiado viejo para casarse. Si la conducta de Mariela fuera siempre consistente con sus opiniones y si opinaba que el General Pereira era demasiado viejo para casarse, entonces no se casaría con el General Pereira. Sin embargo, Mariela se casó con el General Pereira.

     a) Mariela es una interesada.

     b) La conducta de Mariela no era siempre consistente con sus opiniones.

     c) O la conducta de Mariela era siempre consistente con sus opiniones o no opinaba que el General Pereira fuese demasiado viejo para casarse.

     d) La conducta de Mariela era siempre consistente con sus opiniones.

   - Juan está diciendo la verdad, solo sí Maria es una verdadera amiga. Elena no es una verdadera amiga, siempre que Juan está diciendo la verdad. Cuando Elena no dice la verdad, Maria no es una verdadera amiga. Sin embargo, en caso que Maria fuese una verdadera amiga, Elena no lo sería.

     a) Juan está diciendo la verdad o Elena es una verdadera amiga.

     b) Elena no está diciendo la verdad.

     c) Juan no está diciendo la verdad.

     d) Elena no es una verdadera amiga.

- Fernando tiene tres perros: Bonnie, Densy y Camelia. Sólo dos perros son negros. Dos de la misma raza. Aunque Bonnie y Densy son de la misma raza, Bonnie es negra y Densy es gris.
  a) Camelia es rosada con rayas azules y verdes.
  b) Camelia es negra y de la misma raza de Bonnie.
  c) Bonnie es un Doberman.
  d) Fernando tiene cuatro perros en lugar de tres.

3. De las variables que modelan las proposiciones simples del siguiente argumento. Etiquete las variables en orden alfabético, comenzando con la letra p.
   Una condición necesaria para que Fiona aprenda a derivar, es que estudie diariamente Lógica y práctique yoga o natación dos horas todos los días. Si Fiona aprende a derivar, trabajará tranquilamente en el parcial y podrá resolver correctamente cada uno de los ejercicios. Fiona estudia diaramente Lógica a menos que tenga que entregar una tarea de Discretas. Una condición suficiente para que Fiona practique yoga o natación dos horas todos los días, es que no llueva y la temperatura sea de 25 grados centígrados. Fiona estudia Lógica sólo cuando está despejada a consecuencia de tomarse un tilo y haber descansado bien.

4. Considere el siguiente argumento en lenguaje natural:

   Si esto fuera una historia real, podríamos invertir tiempo en determinar si estamos de acuerdo o no con la misma. Por ejemplo, si Fiona no puede adelgazar porque el Ogro no la acompaña a su clase de yoga, podríamos compadecernos de ella por la falta de apoyo que recibe del Ogro o podriamos pensar que Fiona es muy poco perseverante. Sin embargo, como esto no es una historia real, simplemente nos reimos a menos que no nos importe perder nuestro tiempo.

   Modele el siguiente argumento haciendo uso del lenguaje de las expresiones booleanas. Defina la lista de proposiciones comenzando por la letra p.

5. Considere el siguiente argumento en lenguaje natural.

   Como ésta es una historia inventada, lo que se dice pudiese no tener sentido. Alicia quería escaparse al país de las maravillas al cumplir los 15 años. Al llegar al país de la maravillas, conocería a Fiona y al Ogro, quienes esperarían su llegada desde que ella cumpliera los 15 años y pasara el cometa Halley cerca de la tierra. Alicia estaría segura que el viaje al pais de las maravillas sería una experiencia enriquecedora a menos que conociera a la Bruja quien la odiaba desde que Alicia cumplió los 15 años. Una condición necesaria para que Alicia llegara al país de las maravillas, es que Harry Potter pudiera llegar a la casa de sus tíos cuando muriera la tarde y el Buho Blanco apareciera en casa de los tíos de Harry Potter. Es suficiente para que aparezca el Buho Blanco en casa de los tíos de Harry Potter, que Harry Potter esté en casa de sus tíos y la tarde muera. El domingo es 30 de enero y Harry Potter está en casa de sus tíos cuando la tarde muere. Todo hace indicar que Alicia llegará al país de las maravillas, conocerá a Fiona, al Ogro y a la Bruja quien odia a Alicia desde cuando ella cumplió los 15 años.

   Modele este argumento haciendo uso del lenguaje de las expresiones booleanas. Use sólo la lista de proposiciones que se listan a continuación.

   p: La historia es inventada.
   q: Lo que se dice en la historia puede no tener sentido.
   r: Alicia quiere escaparse al país de las maravillas .
   s: Alicia cumple los 15 años.

t: Alicia llega al país de las maravillas.
u: Alicia conoce a Fiona.
v: Alicia conoce al Ogro.
w: Fiona y el Ogro esperan la llegada de Alicia.
x: El cometa Halley pasa cerca de la tierra.
y: Alicia está segura que el viaje al pais de las maravillas es una experiencia enriquecedora.
z: Alicia conoce a la Bruja.
a: La Bruja odia a Alicia.
b: Harry Potter llega a la casa de sus tíos.
c: La tarde muere.
d: El Buho Blanco aparece en la casa de los tíos de Harry Potter.
e: El domingo es 30 de enero.

6. De las variables que modelan las proposiciones simples del siguiente argumento. Etiquete las variables en orden alfabético, comenzando con la letra p.
Una condición necesaria para que Fiona aprenda a derivar, es que estudie diariamente Lógica y práctique yoga o natación dos horas todos los días. Si Fiona aprende a derivar, trabajará tranquilamente en el parcial y podrá resolver correctamente cada uno de los ejercicios. Fiona estudia diaramente Lógica a menos que tenga que entregar una tarea de Discretas. Una condición suficiente para que Fiona practique yoga o natación dos horas todos los días, es que no llueva y la temperatura sea de 25 grados centígrados. Fiona estudia Lógica sólo cuando está despejada a consecuencia de tomarse un tilo y haber descansado bien.

7. Considere las siguientes variables proposicionales.

p: Blanca Nieves y los siete enanitos van al bosque a pasear.
q: La bruja observa a Blanca Nieves.
r: Blanca Nieves toma una siesta a la orilla del río.
s: Los enanitos se bañan en el río.
t: La bruja le hace un maleficio a Blanca Nieves.
u: Blanca Nieves se libera del maleficio.
v: Blanca Nieves le teme a la bruja.
w: Blanca Nieves es valiente.
x: El principe se encuentra con Blanca Nieves.
y: Blanca Nieves sufre del maleficio.

En las siguientes cuatro preguntas, se presentan oraciones en lenguaje natural y usted debe seleccionar únicamente la expresión de la Lógica Proposicional que las representan.

a) *A pesar que Blanca Nieves es valiente, le teme a la bruja cuando los enanitos se están bañando en el río o ella toma una siesta en la orilla del río.*

- $w \wedge (v \Rightarrow (s \vee r))$
- $w \Rightarrow (v \Rightarrow (s \not\equiv r))$
- $w \wedge (v \Leftarrow (s \not\equiv r))$
- $w \wedge (v \Leftarrow (s \vee r))$
- Ninguna de las anteriores.

b) *Aunque Blanca Nieves sufrió del maleficio que la bruja le hizo, ella se liberó del mismo, cuando el principe la encontró.*

- $(y \Rightarrow t) \wedge (u \Rightarrow x)$
- $(y \wedge t) \wedge (u \wedge x)$
- $(y \Leftarrow t) \wedge (u \Leftarrow x)$
- $(y \Leftarrow t) \Rightarrow (u \Leftarrow x)$
- Ninguna de las anteriores.

c) *Siempre que Blanca Nieves y los siete enanitos van al bosque a pasear y los enanitos se bañan en el río, Blanca Nieves toma una siesta a la orilla del río, a menos que la bruja la observe.*

- $(p \wedge s \Rightarrow r) \Rightarrow \neg q$
- $(p \wedge s \Rightarrow r) \Leftarrow q$
- $p \wedge s \Rightarrow (r \Leftarrow \neg q)$
- $(p \wedge s \Rightarrow r) \Leftarrow \neg q$
- Ninguna de las anteriores.

d) *Es necesario para que el principe se encuentre con Blanca Nieves, que ella haya sufrido del maleficio; sin embargo, dado que Blanca Nieves es valiente y no le teme a la bruja, la bruja no le podrá hacer el maleficio a Blanca Nieves.*

- $(x \Leftarrow y) \wedge (w \wedge \neg v \Rightarrow \neg t)$
- $(x \Leftarrow y) \Rightarrow (w \wedge \neg v \Rightarrow \neg t)$
- $(x \Rightarrow y) \wedge (w \wedge \neg v \not\Rightarrow t)$
- $(x \Rightarrow y) \wedge (w \wedge \neg v \Rightarrow \neg t)$
- Ninguna de las anteriores.

8. Suponga que P y Q son dos expresiones booleanas tales que para cualquier estado de las variables de P o Q, los valores de verdad de P son iguales a los valores de verdad de Q. Qué se puede decir sobre los valores de verdad de la expresión $P_D{=}Q_D$. Justifique su respuesta.

9. A continuación se presentan encerradas en un rectángulo, aplicaciones de la regla de inferencia de Leibniz. Usted debe indicar en cada caso, si la aplicación de la regla fue correcta y en caso contrario, enumerar **TODOS** los errores que se cometieron.

a)

$$\begin{array}{l} \neg\neg p \equiv p \\ \equiv (3.11)\ \neg p \equiv q \equiv p \equiv \neg q \text{ con } p, q := \neg p, p \\ X : \neg\neg p \equiv p,\ \ Y : \neg p \equiv \neg p,\ \ E : z \\ \neg p \equiv \neg p \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} \neg(p \equiv q) \equiv \neg(q \equiv p) \\ \equiv (3.2) \text{ Sim } \equiv\!:\ p \equiv q \equiv q \equiv p \text{ con } p, q := q, p \\ X : q \equiv p,\ \ Y : p \equiv q,\ \ E : \neg(p \equiv q) \equiv z \\ \neg(p \equiv q) \equiv \neg(p \equiv q) \end{array}$$

c)

$$
\begin{aligned}
& (x \vee v) \wedge \neg z \equiv \neg z \wedge (x \wedge v) \equiv (\neg z \equiv v) \\
\equiv\ & \text{(3.3) Identidad } \equiv\text{: } true \equiv q \equiv q \text{ con } q := \neg z, \\
& X : \neg z \equiv \neg z,\ \ Y : true,\ \ E : (x \vee v) \wedge z \wedge (x \wedge v) \equiv (\neg z \equiv v) \\
& (x \vee v) \wedge true \wedge (x \wedge v) \equiv (\neg z \equiv v)
\end{aligned}
$$

d)

$$
\begin{aligned}
& \neg(p \wedge q) \equiv p \wedge q \equiv \neg q \equiv p \\
\equiv\ & \text{(3.15) } \neg p \equiv p \equiv false \text{ con } p := p \wedge q \\
& X : \neg(p \wedge q) \equiv p \wedge q,\ \ Y : false,\ \ E : z \equiv \neg q \equiv p \\
& false \equiv \neg q \equiv p
\end{aligned}
$$

10. Demostrar los teoremas 3.11, 3.14, 3.17, 3.18, 3.19, 3.31 y 3.32 del Gries.

11. Haciendo uso únicamente de los axiomas de las secciones 3.2, 3.3 y 3.4 del Gries, demuestre los siguientes teoremas:

    a) $(\neg p \not\equiv false) \not\equiv (true \equiv p)$
    b) $\neg(true \equiv (q \not\equiv p \not\equiv r)) \equiv (q \equiv p \not\equiv r)$
    c) $\neg(\neg(true \not\equiv (q \vee r)) \not\equiv (false \not\equiv (r \vee q)))$

12. Demuestre que las siguientes expresiones son teoremas. En cada justificación, incluya el teorema, la sustitución textual aplicada al mismo, y la información que describe a la regla de Leibniz aplicada en dicho paso, es decir, especifique X, Y y E . Además, toda aplicación de asociatividad y simetría debe hacerse de manera explícita.

    - $p \vee (\neg q \equiv q \equiv \neg p) \equiv p$
    - $p \vee \neg(q \not\equiv q) \equiv (p \equiv q) \vee (q \equiv p) \not\equiv (p \vee q) \vee (r \not\equiv s) \equiv p \vee (q \vee (r \not\equiv s)) \equiv (p \not\equiv q)$
    - $\neg true \vee \neg(q \vee p) \equiv p \vee \neg(q \equiv r) \not\equiv ((r \equiv false) \vee p) \vee false$
    - $(s \not\equiv w \equiv false) \vee (p \vee r) \equiv r \vee (s \vee p) \not\equiv p \vee w) \equiv r \equiv true \vee p$
    - $\neg((p \not\equiv r) \vee s \equiv w \vee s) \vee (\neg(s \vee w) \equiv (r \equiv \neg p)) \equiv \neg p \vee s \not\equiv w \vee s \not\equiv s \vee p$
    - $p \not\equiv q \equiv q \vee p \equiv \neg p \vee \neg q$
    - $(p \vee q \vee r \equiv p \vee r) \vee p \vee (p \equiv q) \vee r \equiv r \vee p \vee \neg q$
    - $(y \not\equiv \neg x \wedge y) \equiv \neg(\neg x \vee (x \equiv x \wedge \neg y \equiv x \vee \neg y))$
    - $(\neg p \equiv q \equiv r) \equiv (p \equiv q \equiv \neg r)$
    - $(x \vee v) \wedge \neg z \equiv \neg z \wedge (x \wedge v) \equiv (\neg z \equiv v) \wedge v \equiv \neg z \wedge x$